

# Решение задачи из ЕГЭ №1 «Города и дороги» на PascalABC.Net с помощью словаря Крючков М.В.

ООО «Медилон-Фармимэкс» - Руководитель разработки ПО  
МБОУ СОШ №15 г. Гусь-Хрустальный - Учитель информатики

# Формулировка задачи

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяженности каждой из этих дорог. Другой вариант – в таблице только звездочки (\*), которые означают, что пункты связаны дорогой. В таблице в левом столбце указаны номера пунктов, откуда совершается движение, в первой строке – куда. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе.

Варианты вопросов:

1. Для двух городов указать номера пунктов из таблицы (вариант \*).
2. Для двух городов написать длину дороги.
3. Для двух пар городов написать сумму длин двух дорог.

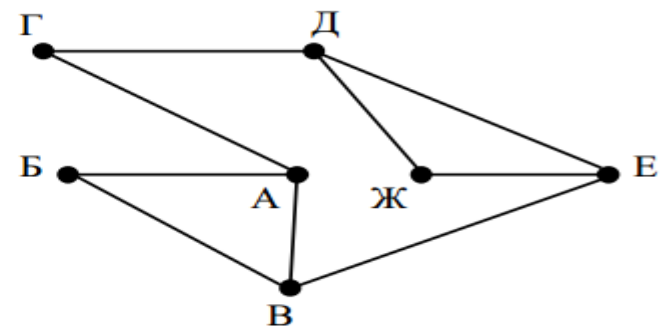
# Варианты

## задачи

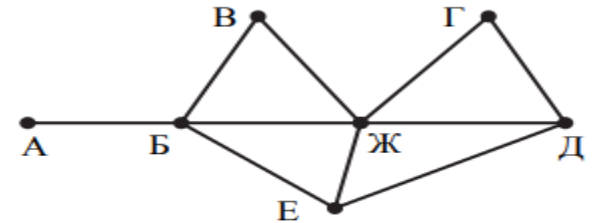
№1

ЕГЭ

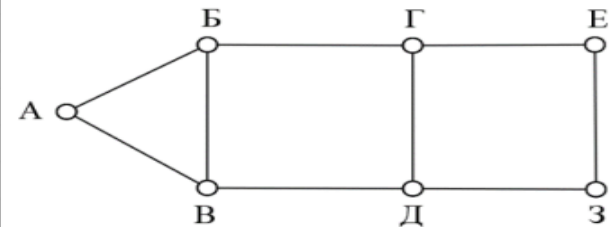
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 |   | * |   |   | * |   |   |
| 2 | * |   | * |   |   |   | * |
| 3 |   | * |   |   |   | * | * |
| 4 |   |   |   |   | * | * |   |
| 5 | * |   |   | * |   | * |   |
| 6 |   |   | * | * | * |   |   |
| 7 |   | * | * |   |   |   |   |



|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    |    | 9  |    |    | 7  |
|              | 2 |              |    |    | 5  |    | 11 |    |
|              | 3 |              |    |    |    |    | 12 |    |
|              | 4 | 9            | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
|              | 5 |              |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
|              | 6 |              | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
|              | 7 | 7            |    |    | 15 | 8  |    |    |



|    | п1 | п2 | п3 | п4 | п5 | п6 | п7 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| п1 |    |    |    |    |    | 12 | 7  |
| п2 |    |    |    |    | 10 | 11 | 9  |
| п3 |    |    |    | 5  | 6  | 3  |    |
| п4 |    |    | 5  |    | 15 |    |    |
| п5 |    | 10 | 6  | 15 |    |    |    |
| п6 | 12 | 11 | 3  |    |    |    |    |
| п7 | 7  | 9  |    |    |    |    |    |



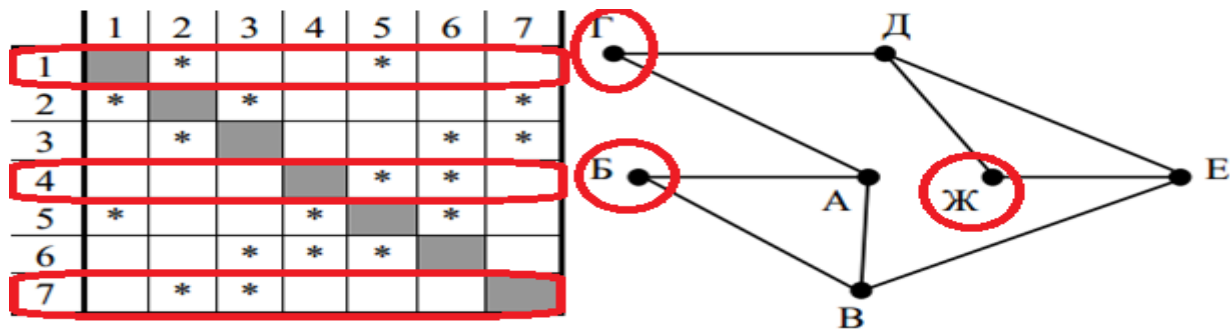
# Применение алгоритма

1. Обучение работы со словарём (Dictionary).
2. Решение задачи на ЕГЭ.
3. Быстрая проверка массы задач благодаря универсальности кода.

# «Дорожность» города

Пример 1.

«Двухдорожные» пункты в таблице и города на схеме. Однозначности для «2Д» и «3Д» нет.

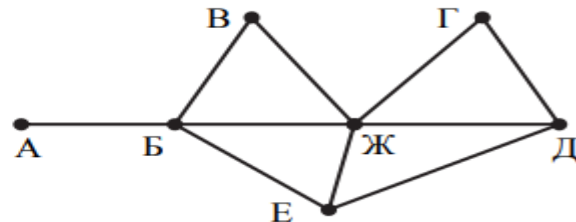


# Пример 2

Анализ «дорожности» схемы.

Уникальность есть – начинаем сопоставлять.

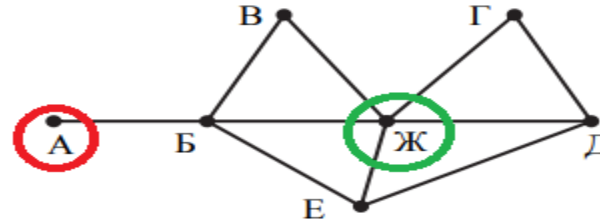
|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    |    | 9  |    |    | 7  |
|              | 2 |              |    |    | 5  |    | 11 |    |
|              | 3 |              |    |    |    |    | 12 |    |
|              | 4 | 9            | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
|              | 5 |              |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
|              | 6 |              | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
|              | 7 | 7            |    |    | 15 | 8  |    |    |



Александров – «1Д», Журавлиха – «5Д»

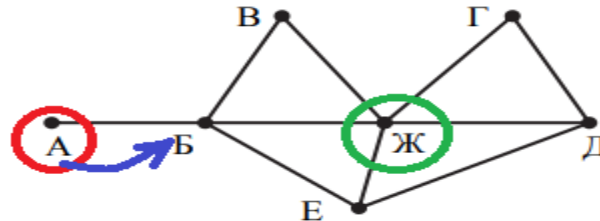
Пункт №3 – «1Д», №4 – «5Д»

|   | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 |   |    |    | 9  |    |    | 7  |
| 2 |   |    |    | 5  |    | 11 |    |
| 3 |   |    |    |    |    | 12 |    |
| 4 | 9 | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
| 5 |   |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
| 6 |   | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
| 7 | 7 |    |    | 15 | 8  |    |    |



Единственная дорога в №6 Боголюбово

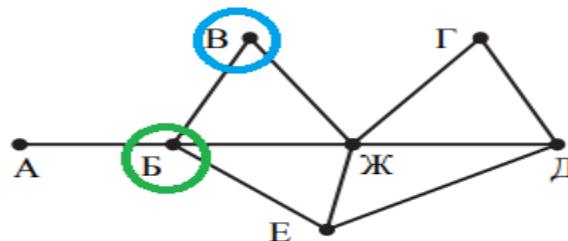
|   | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 |   |    |    | 9  |    |    | 7  |
| 2 |   |    |    | 5  |    | 11 |    |
| 3 |   |    |    |    |    | 12 |    |
| 4 | 9 | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
| 5 |   |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
| 6 |   | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
| 7 | 7 |    |    | 15 | 8  |    |    |



Следующий шаг. От обратного.

Владимир, Гусь-Хрустальный – оба «2Д».

|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    |    | 9  |    |    | 7  |
|              | 2 |              |    |    | 5  |    | 11 |    |
|              | 3 |              |    |    |    |    | 12 |    |
|              | 4 | 9            | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
|              | 5 |              |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
|              | 6 |              | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
|              | 7 | 7            |    |    | 15 | 8  |    |    |



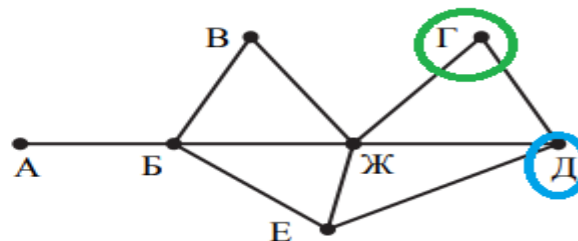
Остается только

один «2Д»: №1 – Г.

|       | Г<br>1 | В<br>2 | А<br>3 | Ж<br>4 | 5  | Б<br>6 | 7  |
|-------|--------|--------|--------|--------|----|--------|----|
| Г - 1 |        |        |        | 9      |    |        | 7  |
| В - 2 |        |        |        | 5      |    | 11     |    |
| А - 3 |        |        |        |        |    | 12     |    |
| Ж - 4 | 9      | 5      |        |        | 4  | 13     | 15 |
| 5     |        |        |        | 4      |    | 10     | 8  |
| Б - 6 |        | 11     | 12     | 13     | 10 |        |    |
| 7     | 7      |        |        | 15     | 8  |        |    |

Из Гусь-Хрустального две дороги: одну из них знаем. Значит №7 – Дворики.

|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    |    | 9  |    |    | 7  |
|              | 2 |              |    |    | 5  |    | 11 |    |
|              | 3 |              |    |    |    |    | 12 |    |
|              | 4 | 9            | 5  |    |    | 4  | 13 | 15 |
|              | 5 |              |    |    | 4  |    | 10 | 8  |
|              | 6 |              | 11 | 12 | 13 | 10 |    |    |
|              | 7 | 7            |    |    | 15 | 8  |    |    |



Остался один пункт: №5 – Ефремово.

# Ответ

«Из Г в Ж» =  
«из 1 в 4».

|       | Г<br>1 | В<br>2 | А<br>3 | Ж<br>4 | Е<br>5 | Б<br>6 | Д<br>7 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Г - 1 |        |        |        | 9      |        |        | 7      |
| В - 2 |        |        |        | 5      |        | 11     |        |
| А - 3 |        |        |        |        |        | 12     |        |
| Ж - 4 | 9      | 5      |        |        | 4      | 13     | 15     |
| Е - 5 |        |        |        | 4      |        | 10     | 8      |
| Б - 6 |        | 11     | 12     | 13     | 10     |        |        |
| Д - 7 | 7      |        |        | 15     | 8      |        |        |

Самая простая схема.

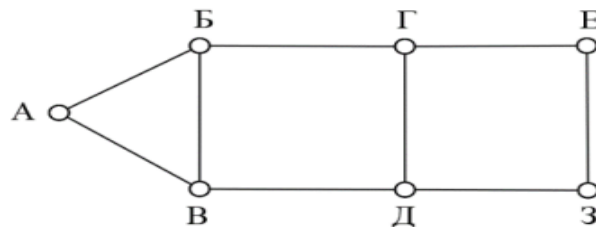
Время на поиск ответа у опытных школьников –  
более 5 минут.

«Примерное время» ФИПИ – 3 минуты.

# Симметричная схема

Более сложной является схема дорог, у которой нет однозначности. Видим симметрию или «близнецов» - получаем несколько вариантов ответа.

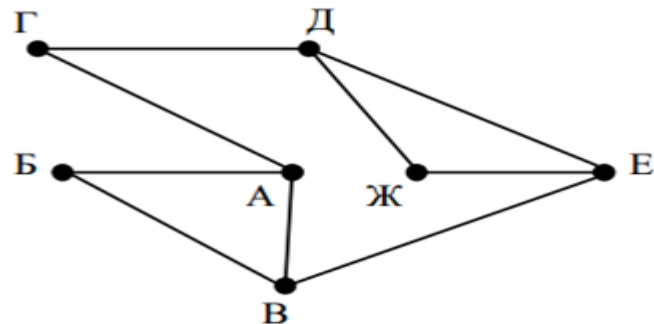
|    | п1 | п2 | п3 | п4 | п5 | п6 | п7 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| п1 |    |    |    |    |    | 12 | 7  |
| п2 |    |    |    |    | 10 | 11 | 9  |
| п3 |    |    |    | 5  | 6  | 3  |    |
| п4 |    |    | 5  |    | 15 |    |    |
| п5 |    | 10 | 6  | 15 |    |    |    |
| п6 | 12 | 11 | 3  |    |    |    |    |
| п7 | 7  | 9  |    |    |    |    |    |



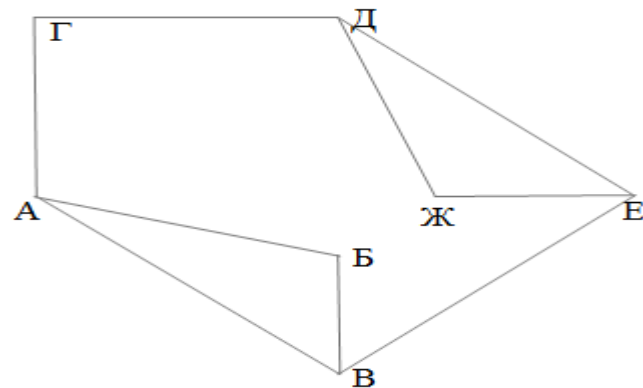
Время на поиск ответа у опытных – от 10 минут.

# Искаженная симметрия

Схема нарисована криво.



Но если «перетащить»  
города, не нарушая связей,  
то получим симметрию.



# Решение циклами

##  
// Минус 1 - переписать всю матрицу связей. Можно ошибиться при заполнении и потратить время.

```
var m:=|  
  |0,0,11,0,0,12,0|,  
  |0,0,13,0,0,0,14|,  
  |11,13,0,0,15,0,0|,  
  |0,0,0,0,16,17,18|,  
  |0,0,15,16,0,19,20|,  
  |12,0,0,17,19,0,0|,  
  |0,14,0,18,20,0,0|  
|;
```

// Минус 2 - много вложенных циклов

```
for var a:=0 to 6 do  
  for var b:=0 to 6 do  
    for var v:=0 to 6 do  
      for var g:=0 to 6 do  
        for var d:=0 to 6 do  
          for var e:=0 to 6 do  
            for var k:=0 to 6 do
```

// Минус 3 - отсутствие универсальности, для каждой задачи переписывать условия

```
if (m[a][b]>0) and (m[a][v]>0) and (m[a][g]>0) and  
  (m[b][d]>0) and (m[v][e]>0) and  
  (m[g][d]>0) and (m[g][e]>0) and (m[g][k]>0) and  
  (m[d][k]>0) and (m[e][k]>0)
```

// Минус 4 - не забыть прописать уникальность

```
and (a<>b) and (a<>v) and (a<>g) and (a<>d) and (a<>e) and (a<>k)  
and (b<>v) and (b<>g) and (b<>d) and (b<>e) and (b<>k)  
and (v<>g) and (v<>d) and (v<>e) and (v<>k) and (g<>d) and (g<>e) and (g<>k)  
and (d<>e) and (d<>k) and (e<>k)
```

// Плюс - ответ в километрах

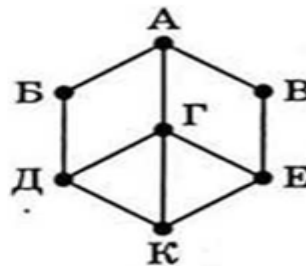
```
then println(a,b,v,g,d,e,k, '-----', m[g][d], m[g][e]);
```



# Программа

Вариант №6  
из сборника  
ФИПИ-2023.

|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    | 11 |    |    | 12 |    |
|              | 2 |              |    | 13 |    |    |    | 14 |
|              | 3 | 11           | 13 |    |    | 15 |    |    |
|              | 4 |              |    |    |    | 16 | 17 | 18 |
|              | 5 |              |    | 15 | 16 |    | 19 | 20 |
|              | 6 | 12           |    |    | 17 | 19 |    |    |
|              | 7 |              | 14 |    | 18 | 20 |    |    |



Определите, какова сумма протяжённостей дорог из пункта Г в пункты Д и Е.

Запись дорог должна быть простой, понятной, компактной.

`d:='АБВГ БАД ВАЕ ГАДЕК ДБГК ЕВГК КГДЕ';`

Заполненные ячейки в таблице.

`m:='36 37 125 567 3467 145 245'.Split;`

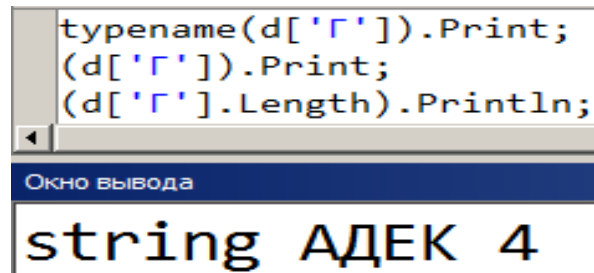
# Словарь связей городов

Разделить строку на «слова». Из них создать словарь.

```
var d:='АБВГ БАД ВАЕ ГАДЕК ДБГК ЕВГК КГДЕ'  
      .Split.ToDictionary(x->x[1], x->x[2:]);
```

Ключи словаря – «откуда».

Значения – отсортированный  
список городов «куда».



The screenshot shows a C# console application. The code in the background is:

```
typename(d['Г']).Print;  
(d['Г']).Print;  
(d['Г'].Length).Println;
```

The output window, titled "Окно вывода", displays the result of the execution:

```
string АДЕК 4
```

# Перестановка городов

Перебрать все варианты  
соответствия буквы  
города на схеме с  
номером строки в  
таблице связей.

```
d.Keys.Permutations.take(25).PrintLines;
```

Окно вывода

```
[А,Б,В,Г,Д,Е,К]  
[А,Б,В,Г,Д,К,Е]  
[А,Б,В,Г,Е,Д,К]  
[А,Б,В,Г,Е,К,Д]  
[А,Б,В,Г,К,Д,Е]  
[А,Б,В,Г,К,Е,Д]  
[А,Б,В,Д,Г,Е,К]  
[А,Б,В,Д,Г,К,Е]  
[А,Б,В,Д,Е,Г,К]  
[А,Б,В,Д,Е,К,Г]  
[А,Б,В,Д,К,Г,Е]  
[А,Б,В,Д,К,Е,Г]  
[А,Б,В,Е,Г,Д,К]  
[А,Б,В,Е,Г,К,Д]  
[А,Б,В,Е,Д,Г,К]  
[А,Б,В,Е,Д,К,Г]  
[А,Б,В,Е,К,Г,Д]  
[А,Б,В,Е,К,Д,Г]  
[А,Б,В,К,Г,Д,Е]  
[А,Б,В,К,Г,Е,Д]  
[А,Б,В,К,Д,Г,Е]
```

# Одна перестановка

Выбрать одну случайную перестановку.

```
var x:=| 'B', 'Б', 'А', 'К', 'Г', 'Е', 'Д' |;
```

Нумерация в массиве x соответствует матрице номеров пунктов со сдвигом на 1.

Начинаем проверять, подходит ли она.

Можно для города «А»  
узнать его номер строки  
в таблице. Потом по  
строке из матрицы  
узнать список  
заполненных ячеек.

```
var m:='36 37 125 567 3467 145 245'.split;  
var x:=| 'B', 'Б', 'А', 'К', 'Г', 'Е', 'Д' |;  
x.IndexOf('А').Println;  
m[x.IndexOf('А')].Println;
```

Окно вывода

2  
125

Затем эти числа уменьшить на 1, чтобы нумерация стала как в массиве.

```
m[x.IndexOf('A')].Select(z-> z.ToDigit-1).Println;
```

Потом по этим номерам выбрать список букв из перестановки (сразу сортируем).

В ячейках 0, 1, 4 массива x (предположительная перестановка) находятся буквы «Б», «В», «Г».

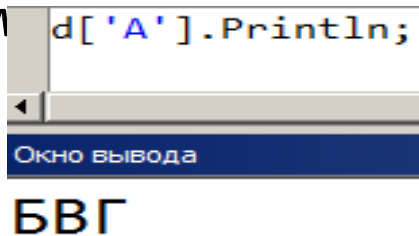
```
m[x.IndexOf('A')].Select(z-> z.ToDigit-1).Println;  
m[x.IndexOf('A')].Select(z->x[z.ToDigit-1]).Sorted.Println;
```

Окно вывода

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 4 |
| Б | В | Г |

Из словаря для буквы «А» берем значение – список городов, куда можно попасть из «А». Совпало!

```
d['A'].Println;
```

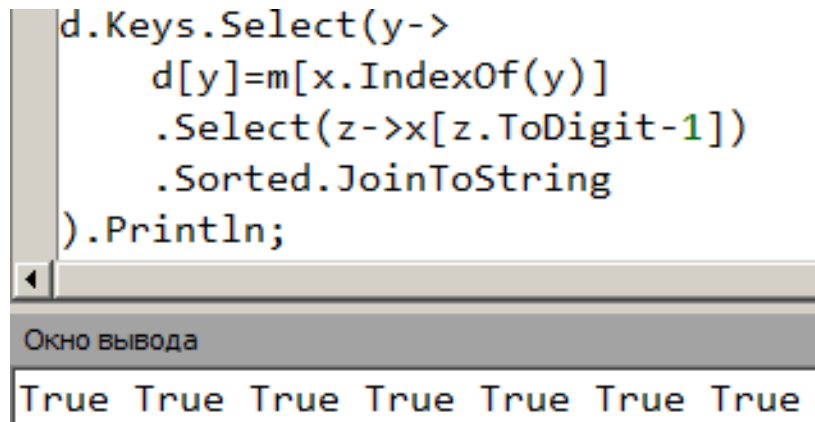


Окно вывода

БВГ

Проверяем все остальные буквы выбранной наугад перестановке. Циклом или в LINQ. Идем по всем ключам. Проверяем равенство значения из словаря и собранных букв из предыдущей команды. Совпали ВСЕ! Выбранная перестановка подходит.

```
d.Keys.Select(y->  
    d[y]=m[x.IndexOf(y)]  
    .Select(z->x[z.ToDigit-1])  
    .Sorted.ToString  
).Println;
```



Окно вывода

True True True True True True True

Переделываем запрос на проверку всех.  
Для одной перестановки  
получается такая простая команда.

```
d.Keys.All(y->
    d[y]=m[x.IndexOf(y)]
    .Select(z->x[z.ToDigit-1])
    .Sorted.JoinToString
).Println;
```

Окно вывода

True

Переносим её в цикл проверки всех перестановок.

```
foreach var xx in d.Keys.Permutations do
    if d.Keys.all(y->
        d[y] = m[xx.IndexOf(y)]
            .Select(z->xx[z.ToDigit-1])
            .Sorted.JoinToString
    ) then println(xx);
```

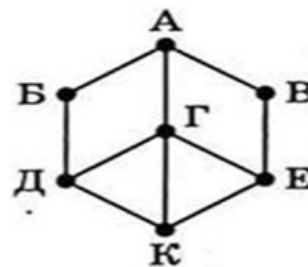
Для нашей задачи нашлось  
2 варианта расположения городов.

[Б, В, А, К, Г, Д, Е]  
[В, Б, А, К, Г, Е, Д]

# Ответ

Определите, какова сумма протяжённостей дорог из пункта Г в пункты Д и Е.

|              |   | Номер пункта |    |    |    |    |    |    |
|--------------|---|--------------|----|----|----|----|----|----|
|              |   | 1            | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Номер пункта | 1 |              |    | 11 |    |    | 12 |    |
|              | 2 |              |    | 13 |    |    |    | 14 |
|              | 3 | 11           | 13 |    |    | 15 |    |    |
|              | 4 |              |    |    |    | 16 | 17 | 18 |
|              | 5 |              |    | 15 | 16 |    | 19 | 20 |
|              | 6 | 12           |    |    | 17 | 19 |    |    |
|              | 7 |              | 14 |    | 18 | 20 |    |    |



В вариантах ответа «Г»

[Б, В, А, К, Г, Д, Е]

всегда пятый, а «Д» и «Е»

[В, Б, А, К, Г, Е, Д]

- 6 и 7. Находим ответ в таблице:  $19+20=39$ .

# Итоговая программа

```
##  
var m:='36 37 125 567 3467 145 245'.split;  
var d:='АБВГ БАД ВАЕ ГАДЕК ДБГК ЕВГК КГДЕ'  
    .Split.ToDictionary(x->x[1],x->x[2:]);  
foreach var xx in d.Keys.Permutations do  
    if d.Keys.all(y->  
        d[y] = m[xx.IndexOf(y)]  
            .Select(z->xx[z.ToDigit-1])  
            .Sorted.JoinToString  
    ) then println(xx);
```

